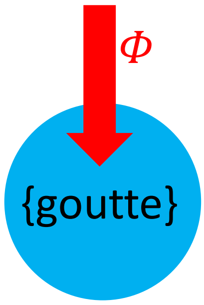
Corrigé des exercices du livre
Chapitre 16 : transferts thermiques et bilans d'énergie

Exercice 22 : Apprendre à rédiger

a.



b. *D'après le premier principe de la thermodynamique,* $dU = \delta W + \delta Q$
On néglige le poids de la goutte. On peut donc considérer qu'aucune force n'agit sur la goutte.
Aucun travail ne s'exerce donc sur elle $\Rightarrow \delta W = 0$
$\Rightarrow dU = \delta Q = \Phi\mathrm{dt}$

c. $dU = \Phi\mathrm{dt} = mc_{eau}dT \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{\Phi}{mc_{eau}} = \frac{hS(T_a - T)}{mc_{eau}} = \frac{hS}{mc_{eau}}T_a - \frac{hS}{mc_{eau}}T \Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{hS}{mc_{eau}}T = \frac{hS}{mc_{eau}}T_a$

d. La solution générale de cette équation différentielle est la somme d'une solution particulière (lorsqu'on a atteint le régime permanent) et de la solution de l'Équation Sans Second Membre :

- **Détermination de la solution particulière :**

$$\frac{dT}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{hS}{mc_{eau}}T_{sp} = \frac{hS}{mc_{eau}}T_a \Rightarrow T_{sp} = T_a$$

- **Détermination de la solution de l'ESSM :**

$$\frac{dT}{dt} + \frac{hS}{mc_{eau}}T = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{hS}{mc_{eau}}T$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{hS}{mc_{eau}}dt \Rightarrow \ln(T) = -\frac{hS}{mc_{eau}}t + K$$

$$\Rightarrow T(t)_{ESSM} = e^{-\frac{hS}{mc_{eau}}t + K} = e^K e^{-\frac{hS}{mc_{eau}}t} = Ae^{-\frac{hS}{mc_{eau}}t}$$

- **Détermination de la solution générale :**

$$T(t) = T_{sp} + T(t)_{ESSM} = T_a + Ae^{-\frac{hS}{mc_{eau}}t}$$

La température initiale de la goutte est T_i :

$$T(0) = T_a + Ae^{-\frac{hS}{mc_{eau}}\times 0} = T_a + A = T_i \Rightarrow A = T_i - T_a$$

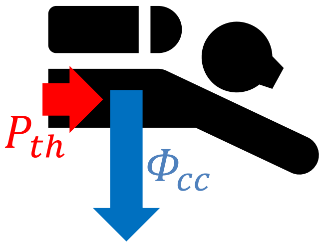
$$\Rightarrow \boldsymbol{T(t) = (T_i - T_a)e^{-\frac{hS}{mc_{eau}}t} + T_a}$$

e. $T(t) = (T_i - T_a)e^{-\frac{hS}{mc_{eau}}t} + T_a \Rightarrow e^{-\frac{hS}{mc_{eau}}t} = \frac{T - T_a}{T_i - T_a} \Rightarrow \frac{hS}{mc_{eau}}t = -\ln\left(\frac{T - T_a}{T_i - T_a}\right) = \ln\left(\frac{T_i - T_a}{T - T_a}\right)$

$$\Rightarrow t = \frac{mc_{eau}}{hS}\ln\left(\frac{T_i - T_a}{T - T_a}\right) = \frac{33.10^{-9} \times 4{,}18.10^3}{65 \times 5{,}0.10^{-7}}\ln\left(\frac{283 - 258}{273 - 258}\right) = 2{,}2\ s$$

Exercice 41 : Combinaison de plongée

a.



$dU = (P_{th} - \Phi_{cc})dt$

b. $dU = (P_{th} - \Phi_{cc})dt = mcd\theta \Rightarrow (P_{th} - \Phi_{cc})dt = mcd\theta \Rightarrow P_{th} - \Phi_{cc} = mc\frac{d\theta}{dt}$

$\Phi_{cc} = hS(\theta - \theta_{eau}) \Rightarrow P_{th} - hS(\theta - \theta_{eau}) = mc\frac{d\theta}{dt}$

$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} + \frac{hS}{mc}\theta = \frac{hS}{mc}\theta_{eau} + \frac{P_{th}}{mc} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau}\theta = \frac{1}{\tau}\theta_{eau} + \frac{P_{th}}{mc}$

c. La solution générale de cette équation différentielle est la somme d'une solution particulière (lorsqu'on a atteint le régime permanent) et de la solution de l'Équation Sans Second Membre :

- **Détermination de la solution particulière :**

$\frac{d\theta}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau}\theta_{sp} = \frac{1}{\tau}\theta_{eau} + \frac{P_{th}}{mc} \Rightarrow \theta_{sp} = \theta_{eau} + \frac{P_{th}}{hS}$

- **Détermination de la solution de l'ESSM :**

$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau}\theta = 0 \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{\tau}\theta$

$\Rightarrow \frac{d\theta}{\theta} = -\frac{1}{\tau}dt \Rightarrow \ln(\theta) = -\frac{1}{\tau}t + K$

$\Rightarrow \theta(t)_{ESSM} = e^{-\frac{1}{\tau}t+K} = e^K e^{-\frac{t}{\tau}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

- **Détermination de la solution générale :**

$\theta(t) = \theta_{sp} + \theta(t)_{ESSM} = \theta_{eau} + \frac{P_{th}}{hS} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

La température initiale du plongeur est θ_0 :

$\theta(0) = \theta_{eau} + \frac{P_{th}}{hS} + Ae^{-\frac{0}{\tau}} = \theta_{eau} + \frac{P_{th}}{hS} + A = \theta_0 \Rightarrow A = \theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}$

$\Rightarrow \boldsymbol{\theta(t) = \left(\theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{eau} + \frac{P_{th}}{hS}}$

d. $\theta(t) = \left(\theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{eau} + \frac{P_{th}}{hS} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\theta - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}{\theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}$

$\Rightarrow \frac{t}{\tau} = -\ln\left(\frac{\theta - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}{\theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}\right) = \ln\left(\frac{\theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}{\theta - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}\right)$

$\Rightarrow t = \tau \ln\left(\frac{\theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}{\theta - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}\right) = \frac{mc}{hS}\ln\left(\frac{\theta_0 - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}{\theta - \theta_{eau} - \frac{P_{th}}{hS}}\right)$

On cherche à déterminer la durée au bout de laquelle la température corporelle diminue de 1°C, c'est-à-dire passe de 37 °C à 36 °C :

$t = \frac{80 \times 3{,}5.10^3}{h \times 1{,}0} ln\left(\frac{37 - 4 - \frac{200}{h \times 1{,}0}}{36 - 4 - \frac{200}{h \times 1{,}0}}\right) = \frac{2{,}8.10^5}{h} ln\left(\frac{33 - \frac{200}{h}}{32 - \frac{200}{h}}\right)$

Sans combinaison : $h_{nu} = 100\ W.m^{-2}.°C^{-1} \Rightarrow t_{nu} = 92\ s$

Avec combinaison : $h_{combi} = 8\ W.m^{-2}.°C^{-1} \Rightarrow t_{nu} = 4{,}7.10^3\ s \approx 1h\frac{1}{4}$

Il est indispensable de se protéger du froid pour plonger dans une eau à 4 °C, et une combinaison permet de le faire efficacement pendant la durée de la plongée.